Самогравитирующая пыль

Губанов С. Ю.*

28 января 2008 г.

Аннотация

Предлагается общее решение задачи самогравитирующей *когерентно* движущейся на фоне плоского пространства пыли в сферически симметричном случае в рамках ТГВ.

Принятые допущения Считаем, что частицы пыли неподвижны относительно глобальной инерциальной системы. Это возможно, конечно, только в том случае если на частицы пыли никогда не действовали никакие другие силы кроме гравитационных (или же действие всех внешних сил было в конечном счёте взаимно скомпенсировано). Так же предполагаем, что само гравитационное поле не имеет вихревых составляющих, и глобальная система координат синхронная с движением пыли возможна. При таких допущениях пыль вообще не даёт вклада в правую часть уравнений ТГВ, а её динамика полностью детерминируется динамикой самого пространства: *пыль движется когерентно с глобальной инерциальной системой* (или, если угодно, наоборот, в этом случае глобальная инерциальная система как раз и связана с пылью). Неизменность координат пылинок относительно глобальной инерциальной системы разумеется не означает неизменность расстояний между ними поскольку метрика будет зависеть от времени (координаты постоянны, а расстояния меняются). Впрочем, математически, нам будет более удобно описывать движение пыли пользуясь подвижной системой координат, в которой метрика пространства остаётся постоянной и, в качестве дополнительного допущения, евклидовой. В этой системе координат появляется поле скоростей $\mathbf{V}$. Когерентное движение пыли означает, что в этой системе координат скорость пылинок $\mathbf{v} = \mathbf{V}$. В правой части уравнений ТГВ должен стоять член пропорциональный разности $\mathbf{v} - \mathbf{V}$, но он в силу принятого условия *когерентного* движения пыли равен нулю. Таким образом динамика пыли сводится к динамике поля скоростей $\mathbf{V}$ *когерентного* движения пыли.

Уравнение и общее решение В сферических координатах для компоненты скорости $V^r = V(r,t)$ получаем единственное уравнение [1]:

$$\dot{V} + \frac{1}{2r}\left(rV^2\right)' = 0. \tag{1}$$

Общее решение можно записать в неявном виде

$$F\left(\sqrt{r}\,V,\, t - \frac{2}{3}\frac{r}{V}\right) = 0, \tag{2}$$

где $F(x_1, x_2)$ – произвольная функция. В нём содержатся всевозможные решения задачи сферически симметричной динамики пыли на фоне евклидова пространства.

Простые частные решения Рассмотрим линейную функцию:

$$F(x_1, x_2) = a_0 + a_1 x_1 + a_2 x_2, \tag{3}$$

получаем:

$$a_0 + a_1\sqrt{r}\,V + a_2\left(t - \frac{2}{3}\frac{r}{V}\right) = 0. \tag{4}$$

*gubanov@itp.ac.ru

Чёрная дыра Если $a_2 = 0$, решение статично (вся пыль уже сколлапсировала):

$$V(r,t) = -\sqrt{\frac{2kM}{r}}. \tag{5}$$

Это решение, будучи записанным в четырёхмерном виде, даёт метрику Пэнлеве (полученную им из метрики Шварцшильда) описывающей пространство чёрной дыры массы M [1].

Однородное расширение Мира Если $a_1 = 0$, то выбором начала отсчёта времени можно обратить в ноль константу a_0. Решение описывает однородно расширяющийся Мир:

$$V(r,t) = \frac{2}{3}\frac{r}{t}. \tag{6}$$

Скорость V от плотности пыли не зависит, но если перейти в инерциальную систему координат (т. е. обратить $V = 0$), то при таком переходе появится дополнительная константа связанная с плотностью энергии однородного Мира [1].

Гравитационный коллапс бесконечного пылевого облака Пусть теперь $a_1 \neq 0$ и $a_2 \neq 0$, константу a_0 можно обратить в ноль переопределив начало отсчёта времени. Решение зависит от одной константы b (отношения a_2 и a_1), чтобы решение было справедливым всюду, полагаем $b > 0$:

$$V_\pm(r,t) = -\frac{1}{2\sqrt{r}}\left(bt \pm \sqrt{b^2t^2 + \frac{8}{3}br^{3/2}}.\right) \tag{7}$$

Рассмотрим решение V_+ более подробно. Имеем следующее:

$$V_+(r, t \to -\infty) \approx -\frac{2}{3}\frac{r}{|t|} \tag{8}$$

$$V_+(r, t \to +\infty) \approx -\frac{bt}{\sqrt{r}} - \frac{2}{3}\frac{r}{t} \tag{9}$$

Интерпретация полученного решения такова: бесконечное облако пыли коллапсирует в чёрную дыру. Масса чёрной дыры асимптотически растёт со временем как t^2: $bt \approx \sqrt{2kM(t)}$. Решение $V_-(r,t)$ математически формально описывает обратный процесс, который можно было бы условно назвать "испепелением белой дыры".

Заключение Эта короткая заметка написана в пику наивным критикам ТГВ утверждающим будто в ТГВ пылевые облака не гравитируют. Этот ошибочный вывод они делают из того, что *когерентно* движущаяся пыль не даёт источника в правой части уравнений ТГВ. На самом деле это означает лишь то, что в ТГВ пыль гравитирует в точности так же как само пространство, т. е. динамика *когерентно* движущейся пыли уже содержится в динамике пространства (в левой части уравнений).

Список литературы

[1] Д. Е. Бурланков, *Время, пространство, тяготение.* - Москва.-Ижевск: НИЦ "Регулярная и хаотическая динамика", Институт компьютерных исследований, 2006. - 420 с.